È chiaro che anche il binomio *U' du* -|- *V dv* sarà un differenziale esatto se si prenderà

(12) *V' =*

dove *F* è simbolo di funzione arbitraria. Ora, qualunque sia questa funzione, è chiaro che si potrà sempre determinare un secondo sistema di rette, che diremo sistema *derivato* e che rappresenteremo colle equazioni

in modo che risultino soddisfatte le relazioni

X'² -f F'² -f Z" = i ,

Abbiamo così *mi* modo di ricavare da un sistema di rette, normali ad una medesima superficie, infiniti altri sistemi dotati della stessa proprietà. Cerchiamo di conoscere la connessione che questi nuovi sistemi hanno, sotto l'aspetto geometrico, col sistema primitivo.

Poniamo per brevità x. in luogo di F(V); sostituendo nelle (12) ad *U,* F, *U',* *V* i loro valori, si ha

(13)

u

("V ' •• *V*|
(,A — X, /i. ^ ~^~—

Le quantità X' — x, X, F' — x, F, Z^f — x Z sono evidentemente proporzionali ai coseni degli angoli formati coi tre assi da una certa retta giacente nel piano delle due rette (Z, F, Z), (X'₃ F', Z'). Le due equazioni precedenti esprimono manifestamente che questa retta è normale alla superficie iniziale : epperò *due rette corrispondenti del sistema primitivo e di un sistema derivato sono in un medesimo piano colla normale alla superficie iniziale nel punto da cui partono le rette stesse.*